



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 11

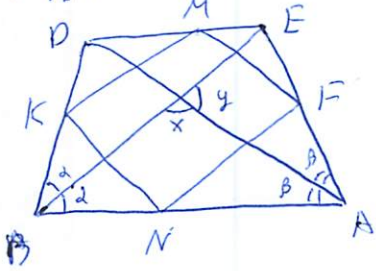
04.05.2014/ მათ/IV/1

M467

ამოცანა № 5

გვერდი № 1

თავიდან ვაჩვენებ, რომ  $MF = FN = NK = KM$  და ამას ვაკეთებ მის შესაბამის დასკვნებში.  
შეხოვრობთ, მაშინ განსაზღვრეთ, თუ 3 ვიწროა ასევე. ესაა გვაძვედა და ეს  
ვაჩვენებ.



3<sup>ა</sup> წიკი  $KMFN$ -ის ხაზბი რა  $MF \parallel DA$ -ს ვაჩვენებ  
 $MF \parallel DA$  რა ხაზბი  $MF \parallel KN$  რა ვ.ი.  $DA \parallel NK$   
 $\frac{MF}{DA} = \frac{KN}{DA}$  ხაზბი  $MF = KN$  რა ვიწრო  $\frac{DM}{ME} = \frac{DK}{KB}$  ანუ

$\triangle KDM \sim \triangle BDE \rightarrow KM \parallel BE$  რა ნაგოვრები  $NF \parallel BE$   
მაშინ  $\phi$  ~~რა~~ რა ნაგოვრები დასკვნებში ვაჩვენებ ვაჩვენებ

3<sup>ა</sup> ვაჩვენებ რა  $x > y$  მაშინ  $y = \phi$   $y = \alpha + \beta = \phi$  აქვან მისევე  
რა  $\alpha > \beta$   $2\alpha > \phi$  რა  $\alpha < \beta$   $2\beta > \phi$  რა  $\alpha$  რა  $\beta$  რა  $\alpha$  რა  $\beta$  რა  $\alpha$  რა  $\beta$  რა  $\alpha$  რა  $\beta$   
მაშინ  $x = \phi$   $\phi < y = \alpha + \beta$  მაშინ ვაჩვენებ ანუ ესაა გვაძვედა  
3<sup>ა</sup> ვაჩვენებ რა ხაზბი ხაზბი ხაზბი ვაჩვენებ შესაბამის დასკვნებში.

3<sup>ა</sup> წიკი  $BE \equiv \beta_1$   $AD \equiv \beta_2$  რა ვაჩვენებ ვაჩვენებ რა ვაჩვენებ  
 $\frac{ME}{MD} = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{EF}{FA} = \frac{BN}{NA} = \frac{BK}{KB}$  მაშინ ვაჩვენებ ვაჩვენებ

$\triangle PEA \sim \triangle MEF$  რა ნაგოვრები  $MF = FN = NK = KM$  რა ან (რა ვაჩვენებ) მაშინ  $MF \parallel KN$   
რა ხაზბი  $MFNK$  ხაზბი. ესაა გვაძვედა რა ხაზბი ან  
რა ხაზბი რა ან რა ხაზბი  $\phi$  რა ვაჩვენებ რა ვაჩვენებ რა ვაჩვენებ



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 16

04.05.2014/ მათ/IV/ ~~16~~

M467

ამოცანა № 5

გვერდი № 2

ვაჩეა ვინაა ასეო ხაზს მახვს ვაჯაოა ევა ჩახხეო ხომხს  
 ვაჩეა M-კვძია D-ღახ ვსუენ ხა ვკოთეხ სეჩიეოა და ქაქქნეუენ  
 სრა ვვძია და ვაჩეა ხა ხაზს ვეხო ვკეოეოა მუნ K-~~ქქ~~სეს  
 ხა ვაქვს B-ღახ ხეგან აე ანა ქეოა მუნ<sup>სეს</sup> ხაზს ვეხო სხეს  
 ვაქა ვაძვა სეო აე K პინა B-ღახ N-2 ვინა A-ღახ  
 ავივი პინა ხა ხაზს ვკახეოა ე.ე. F-~~ქქ~~სეს მუნ ასეა  
 სხეა ხა სძეოსეო ვს ხაზს ვეხო აახეა სეპა  
 ქეოეო ქა ხა ზახეოა ~~ქქ~~ (მაქეაქა ქეოა აე  
~~ქქ~~ და ქეოეო ვკეოა).





მაგიდა № 16

04.05.2014/ მათ/IV/

M467

ამოცანა №

6

გვერდი №

1

$$n^4 + n^2 + 1 \text{ და } (n+1)^4 + (n+1)^2 + 1 = n^4 + n^2 + 1 + \underline{4n^3 + 6n^2 + 6n + 2}$$

აე და აქვე ზემოთ  $k$  მრავალჯერადი ფაქტორი შევძებნოთ  
 $4n^3 + 6n^2 + 6n + 2 : k$  ~~და~~ • ეგონა  $(n^4 + n^2 + 1) : (4n^3 + 6n^2 + 6n + 2)$

$$\begin{array}{r} n^4 + n^2 + 1 \quad | \quad 4n^3 + 6n^2 + 6n + 2 \\ n^4 + \frac{3}{2}n^3 + \frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n \quad | \quad \frac{1}{4}n - \frac{3}{8} \\ \hline -\frac{3}{2}n^3 - \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + 1 \\ -\frac{3}{2}n^3 - \frac{9}{4}n^2 - \frac{9}{4}n - \frac{3}{4} \\ \hline \frac{7}{4}(n^2 + n + 1) \end{array}$$

$$\text{ანე } n^4 + n^2 + 1 = (4n^3 + 6n^2 + 6n + 2)\left(\frac{1}{4}n - \frac{3}{8}\right) + \frac{7}{4}(n^2 + n + 1)$$

აქედან ვაძებნებ ხად  $\frac{7}{4}(n^2 + n + 1) : k$  და ვიპოვებ  
3-ე მრავალჯერადი ფაქტორი  $\frac{7}{4}(n^2 + n + 1) - 6$ .

$$\begin{array}{r} n^4 + n^2 + 1 \quad | \quad \frac{7}{4}(n^2 + n + 1) \\ n^4 + n^3 + n^2 \quad | \quad \frac{4}{7}n^2 - \frac{4}{7}n \\ \hline -n^3 + 1 \\ -n^3 - n^2 - 1 \\ \hline n^2 + 2n + 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} (n^2 + n + 1) : k \\ (n^2 + 2) : k \end{array}$$

ანაკვირვებ

და აქვე ვიპოვებ ~~3-ე~~ ვიპოვებ

$$\begin{array}{r} n^4 + n^2 + 1 \quad | \quad n^2 + n + 1 \\ n^4 + 2n^2 \quad | \quad n^2 + n + 1 \\ \hline -n^2 + 1 \\ -n^2 + 2 \\ \hline 3 \\ 0 \end{array}$$

$\beta : k$   $k$ -მრავალჯერადი ხარისხი ანე  $k=3$   
ანე  $n^4 + n^2 + 1$  და  $(n+1)^4 + (n+1)^2 + 1$  ლეხან ვაძებნოთ  
აქვე ვიპოვებ 3-ე ანე აე აქვე აქვე  $\Rightarrow$  ლეხან ვაძებნოთ  
აქვე 3.

$$(n^2 - n + 1)(n^2 + n + 1) = n^4 + n^2 + 1$$

$$\begin{aligned} (n+1)^4 + (n+1)^2 + 1 &= (n+1)^2 - (n+1) + 1 \\ &\cdot ((n+1)^2 + (n+1) + 1) \end{aligned}$$



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 16

04.05.2014/ მათ/IV/

M467

ამოცანა №

6

გვერდი №

2

$$(n+2)^4 + (n+2)^2 + 1 = (n^2+n+1)(n^2+3n+3)$$

$$(n^2-n+1)(n^2+n+1) = n^4 + n^2 + 1$$

ესეა ყველაფერი ყნოსა ვაძეგვითა და ხაზი  $n^2+n+1$ -მ ყველს შიგნით  
ვაძეგვით ~~ესეა~~  $n^2+3n+3$ -მ ყველს შიგნით ~~ესეა~~  $n^2-n+1$ -მ ყ.ძ.ლ.ვ-ს  
შეი ყველს ყველს ~~ესეა~~ შიგნით