

Handwritten scribbles in blue ink at the top right of the page.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 17

04.05.2014/ მათ/IV/ M442

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

$$P_n 16^n + P_{n-1} 16^{n-1} + \dots + P_1 16 + P_0 = 3^{2012}$$

$$3^1 \equiv 3 \pmod{16} \quad 3^2 \equiv 9 \pmod{16} \quad 3^3 \equiv 11 \pmod{16} \quad 3^4 \equiv 1 \pmod{16}$$

$$3^{4k} \equiv 1 \pmod{16} \quad 3^{2012} \equiv 1 \pmod{16}$$

$$P_0 \equiv 1 \pmod{16}$$

$$P_1 = 1 \quad n=1 \quad P_0 = 3^{2012} + 16 \quad \text{or } P_1 = -1 \quad P_0 = 3^{2012} + 16$$

$$-1 \cdot 3^{2012} + (3^{2012} + 16) = 16$$

ესეა 16 -ის გრძელად

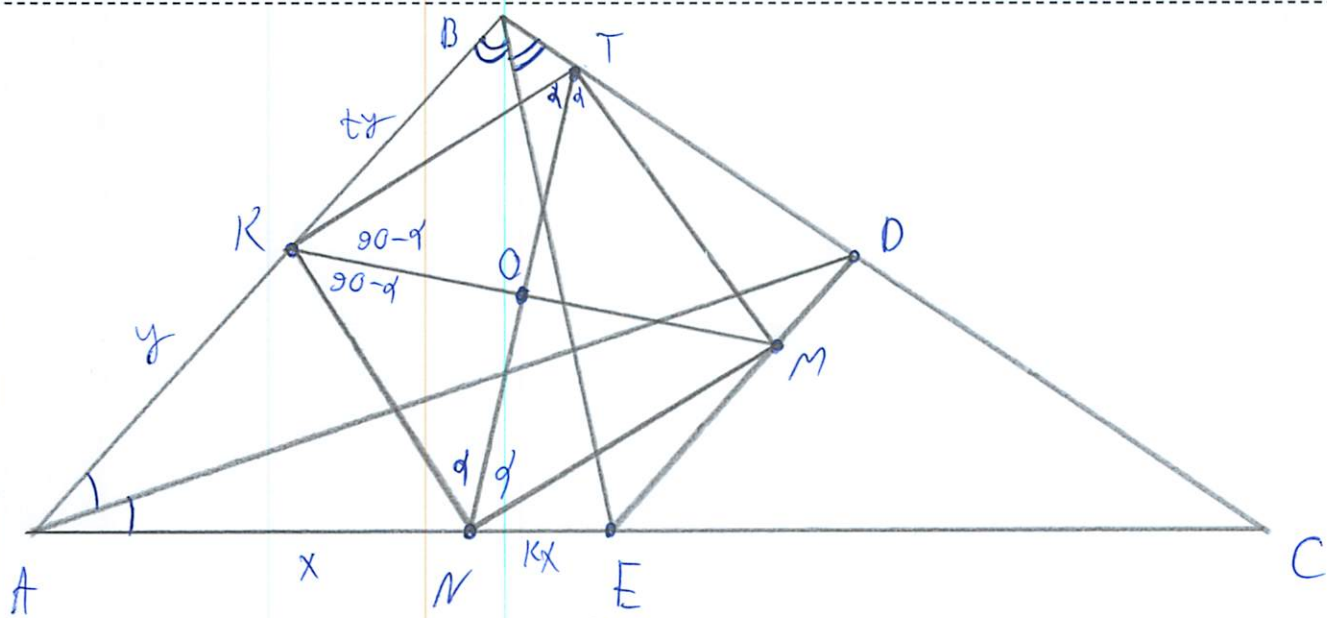


მაგადა № 13

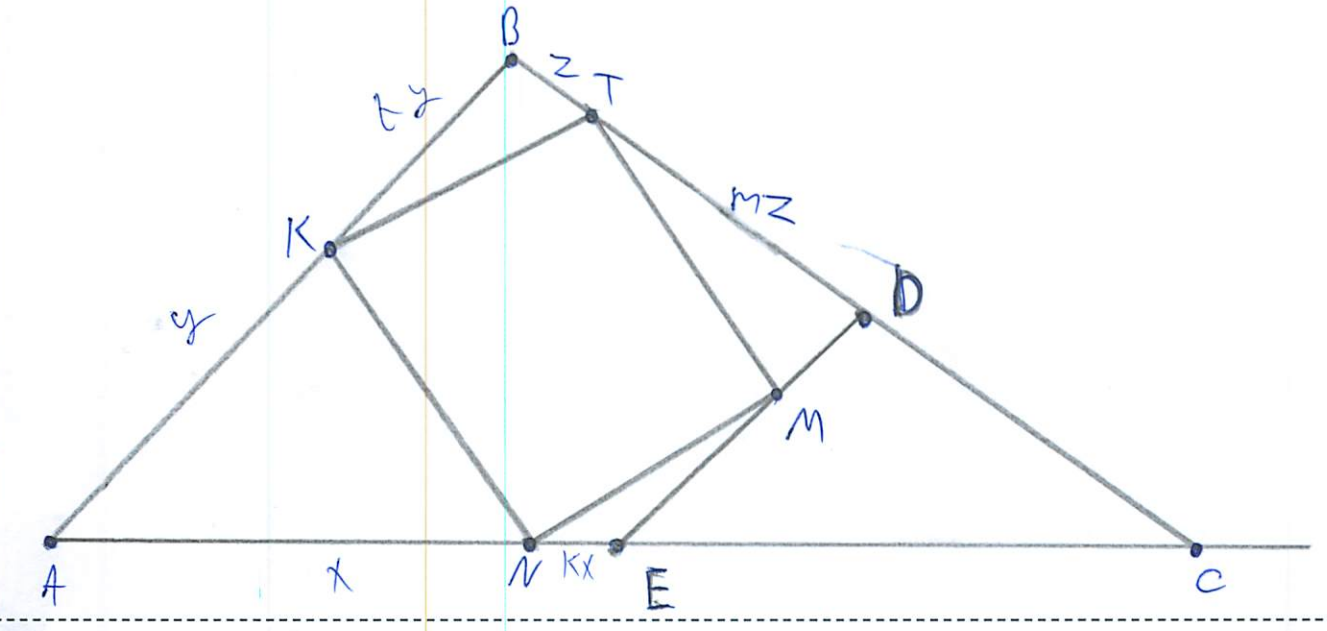
04.05.2014/ მათ/IV/ M442

ამოცანა № 2

გვერდი № 1



სხად $\angle A$ და $\angle D$ ^{თუ ის} ~~შესაიღებ~~ ~~და~~ ~~შესაიღებ~~
 უცხოებს $\angle X$ და $\angle E$ ~~შესაიღებ~~ ~~და~~ ~~შესაიღებ~~ ~~გა~~ ~~შესაიღებ~~





შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 13

04.05.2014/ მათ/IV/ M442

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

$n^4 + n^2 + 1 = n^4 + 2n^2 + 1 - n^2 = (n^2 + 1)^2 - n^2 = (n^2 + 1 - n)(n^2 + 1 + n)$
 $(n+1)^4 + (n+1)^2 + 1 = (n+1)^4 + 2(n+1)^2 + 1 - (n+1)^2 = ((n+1)^2 + 1)^2 - (n+1)^2 =$
 $= ((n+1)^2 + 1 - (n+1))((n+1)^2 + 1 + (n+1)) = (n^2 + 2n + 1 + 1 - n - 1) \cdot$
 $(n^2 + 2n + 1 + 1 + n + 1) = (n^2 + n + 1)(n^2 + 3n + 3)$
 $(n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1) \equiv \alpha \pmod{3} \quad (n^2 + n + 1)(n^2 + 3n + 3) \equiv \beta \pmod{3}$
 $n^2 + n + 1 > n^2 - n + 1 \quad n^2 + n + 1 > \frac{n^2 + 3n + 3}{3} \quad (1)$
 ორ $n \equiv 3 \Rightarrow n^2 + 3n + 3 \equiv 3$
 ჩვენ ორ შემთხვევაშია რომ შესაძლებელია უსსსური რაღაც $n \equiv 3$ ხელს
~~შეიძლება~~ რ $n^2 + n + 1 \in P$ (შესაძლებელია ხელსა დასერი) ან რაღაცა აქვენი
 ხელსა დასერი A -ს უფროსი მსგავსი ფაქტორი იქნება $n^2 + n + 1$ რ
 საინტერესო B -ს ჩვენს (1) $n \equiv 3K$
 $9K^2 + 3K + 1$ რაღაც შუაი სწრაფად რაღაც, შესაძლებელია სსსური
 სოფენი K - სწრაფად მსგავსი რ იმ რაღაც
 სწრაფად m რა მსგავსი ყველა $K > m$ - რა სწრაფად
 $9K^2 + 3K + 1$ შესაძლებელია სწრაფად რაღაც რაღაც რაღაც
 რა უსსსური რაღაც K რაღაც რაღაც n -ს