



მაგიდა № 10

03.05.2014/ მათ/III/ M 300

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

$$\frac{a_1^3}{a_1^2+a_1a_2+a_2^2} + \dots + \frac{a_n^3}{a_n^2+a_na_1+a_1^2} = \frac{a_1+\dots+a_n}{2}$$

ქვემოთ მოცემული უტოლობა აქვე უტოლობაში მივყავართ და ნახავთ  
 რომ ამ უტოლობაში ყოველთვის მოხდება  $a_1+\dots+a_n = k$  სადა  $k$  ხუთ სხვა რიცხვი (რაციონალი) არ არის.  
 ანუ ამ უტოლობაში ყოველთვის მოხდება  $a_1+\dots+a_n = k$  სადა  $k$  ხუთ სხვა რიცხვი (რაციონალი) არ არის.  
 ამის შესაძლებლობა უარს ვთქვით.

$$\left( \frac{a_1^3}{a_1^2+a_1a_2+a_2^2} + \dots + \frac{a_n^3}{a_n^2+a_na_1+a_1^2} \right) (a_1^2+a_1a_2+a_2^2 + a_2^2+a_2a_3+a_3^2 + \dots + a_n^2+a_na_1+a_1^2) =$$

$$\Rightarrow (a_1^{\frac{3}{2}}+a_2^{\frac{3}{2}}+\dots+a_n^{\frac{3}{2}})^2 \quad \text{ანუ უტ.}$$

$$(a_1^{\frac{3}{2}}+a_2^{\frac{3}{2}}+\dots+a_n^{\frac{3}{2}})^2 = \frac{(a_1+\dots+a_n)^2}{2} (a_1^2+\dots+a_n^2+a_1a_2+a_2a_3+\dots+a_na_1)$$

~~სადა~~  
 სხვა და დასაბუთებული არსებობს რაციონალი რიცხვი  $h$  ისეთი რომ  $a_1+\dots+a_n = h$   
 $\Rightarrow$  რაციონალი რიცხვი  $h$  ისეთი რომ  $a_1+\dots+a_n = h$  და  $a_1^2+\dots+a_n^2+a_1a_2+\dots+a_na_1 = h^2$   
 ანუ  $a_1+\dots+a_n = h$  და  $a_1^2+\dots+a_n^2+a_1a_2+\dots+a_na_1 = h^2$  და  $a_1+\dots+a_n = h$  და  $a_1^2+\dots+a_n^2+a_1a_2+\dots+a_na_1 = h^2$   
 $a_{n+1} = h+1 - \sum_{i=1}^n a_i$



მაგიდა № 10

03.05.2014/ მათ/III/ 11300

ამოცანა № 2

გვერდი № 1

~~შეცდომა~~

ქვემოთ ხედავთ გეგმურ ნახაზს

ამოცანა  $\overline{AP} = \overline{PQ}$  ენობოდა უცხოება  $\Rightarrow$  სივრცით  
გეგმურებაში  $RQ$   $PP'$  და  $AP$  ორნივეს ბრუნვების  
მთავარი სივრცეები.



მაგიდა № 10

03.05.2014/ მათ/III/ M300

ამოცანა №

3

გვერდი №

1

შეგა სეა  $(x_i)$  სეკენდი მუხეკუნირა 2000-1999 ე შ  
სე  $(x_i)$  შედი  $(x_i)$ -ე შედი 2000-1999 ეე ექერი  
დოქერი სეკი. დოქერი სეკი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  
სეკი შეკეშედი  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ხიხედი სეკი  $x_i - y_i = b_i$   $\forall$   
შედი ხიხედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  
შედი ხიხედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  
შედი ხიხედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი

~~სეკი~~  
~~შედი~~

$$x_i \in \mathbb{R}, \sum_{i=1}^n x_i = M, \frac{x_i}{M} - 1 \geq \frac{1}{10^5}$$

ქერი ხიხედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი

$$\frac{\sum x_i}{M} - (s-1) \geq \frac{s-1}{10^5}$$

$$\frac{x - M}{M} - (s-1) \geq \frac{s-1}{10^5}$$

$$x \geq \left( \frac{s-1}{10^5} + s-1 \right) M$$

იხე იხიხედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი  $x_i$  შედი

$$1 - \frac{x_i}{M} \geq \frac{1}{10^5}$$

$$(s-1) - \frac{\sum x_i - M}{M} \geq \frac{s-1}{10^5} \Rightarrow \left( s - \frac{s-1}{10^5} \right) M \geq x$$



შოთა რუსთაველის ეროვნული  
სამეცნიერო ფონდი  
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL  
SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 10

03.05.2014/ მათ/III/ M300

ამოცანა №

3

გვერდი №

2

ქვემოთ მოცემული პირობების მიხედვით  
პოვნეთ  $\sin \alpha$  და  $\cos \alpha$  მნიშვნელობები